

# Praktikum - Hall Effekt

## Prof. A. Förster, Dipl. Ing. C. Grates

[chris@university-material.de](mailto:chris@university-material.de), Arthur Halama

### Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>2</b>
1.1	Elektrische Leitfähigkeit in Halbleitern . . . . .	2
1.2	Hall Effekt . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Versuchsdurchführung</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>4</b>
3.1	Bestimmung der Ladungsträgerkonzentration . . . . .	4
3.1.1	Zusätzliche Bestimmung von Leitfähigkeit und Beweglichkeit . . . . .	5
3.2	Der Magnetowiderstand . . . . .	5
3.3	Die Bandlücke . . . . .	6
3.4	Hall-Konstante, Elektronenkonzentration und Beweglichkeit . . . . .	8
3.5	Hall-Spannung in Abhängigkeit der Temperatur . . . . .	9
<b>4</b>	<b>Fehlerberechnung</b>	<b>11</b>
<b>5</b>	<b>Abschlussbetrachtung</b>	<b>11</b>

# 1 Theorie

## 1.1 Elektrische Leitfähigkeit in Halbleitern

Die elektrische Leitfähigkeit von Halbleitern unterscheidet sich in sofern von der normaler Metalle, als das es hier eine sogenannte "Gap - Energie" gibt. Die Elektronen können nicht direkt ins Leitungsband gelangen, sondern müssen vorher eine bestimmte Energie überschreiten, um als leitende Elektronen zu wirken.

Bei Metallen gibt es dieses Hindernis nicht. Dadurch erklärt sich auch die Eigenschaft des Halbleiters bei Raumtemperatur wie ein Isolator zu funktionieren.

Zusätzlich können bei einem Halbleiter nicht nur Elektronen, sondern auch Löcher leiten. Diese können gleichzeitig in einem Halbleiter vorkommen und haben auch unterschiedliche Beweglichkeiten  $\mu_n$  für die Elektronen und  $\mu_p$  für die Löcher.

Die Leitfähigkeit ergibt sich dann zu:

$$\sigma = |e| \cdot (n\mu_n + p\mu_p)$$

Hierbei sind  $n$  bzw.  $p$  die jeweiligen Ladungsträgerkonzentrationen.

Wir müssen nun zusätzlich die Beweglichkeit der Ladungsträger betrachten. Dazu sehen wir uns folgende Formel an:

$$\mu_x = \frac{q \cdot \tau}{m_x}$$

Wir erkennen, dass die allgemeine Beweglichkeit von der Art der Dotierung und der Temperatur abhängig ist. Diese Information ist in dem  $\tau$  zusammengefasst. Anschaulich ist  $\tau$  die Zeit zwischen zwei Stößen an den Störstellen im Leiter.

Wenn wir nun einen Halbleiter  $n$  bzw.  $p$  dotieren, dann fügen wir Atome die ein Elektron mehr bzw. weniger haben als die Atome des Halbleiters selbst. Im Fall der  $n$  Dotierung bildet das überzählige Elektron mit dem Dotieratom ein virtuelles Wasserstoffatom (es ist nicht wirklich da, aber man kann es von außen als solches betrachten). Dieses Elektron hat eine sehr viel geringere Bindungsenergie als der Rest der Elektronen. Dadurch können diese mit sehr viel weniger Energie ins Leitungsband befördert werden.

## 1.2 Hall Effekt

Der Hall Effekt tritt auf, wenn man einen stromdurchflossenen Leiter mit einem Magnetfeld durchsetzt. Dabei tritt die Lorentzkraft auf, die aus der Kreuzung der Stromrichtung mit der Magnetfeldrichtung resultiert. Die Ladungsträger werden von dieser Kraft abgelenkt und im Leiter entsteht ein kleiner "Kondensator". Sobald das elektrische Feld das magnetische ausgeglichen hat, fließen die Ladungen wieder unbeeinflusst. Das lässt sich mit folgender Gleichung beschreiben:

$$q\vec{E} = -e\vec{v} \times \vec{B}$$

Die Spannung, die and diesem Kondensator anliegt, nennen wir Hallspannung und wird so berechnet:

$$U_H = -v \cdot b \cdot B \quad \text{b als Probenbreite}$$

Die Hallspannung ist natürlich materialabhängig und deshalb müssen wir noch die spezifische Probenstromdichte einbeziehen:

$$U_H = \underbrace{-\frac{1}{ne}}_{R_H} \cdot \frac{I_p B}{d}$$

Der Faktor  $R_H$  ist materialabhängig und wird Hall-Konstante genannt. Aus diesem Faktor können wir später die Ladungsträgerkonzentration und die Art der Ladungsträger bestimmen.

## 2 Versuchsdurchführung

Es geht im Versuch darum dem vorliegenden Plättchen durch verschiedene später gegeneinander aufgetragene Werte einige Daten zu entziehen wie z.B. den Magnetowiderstand, die Bandlücke und die Hall-Konstante.

Dazu können wir verschiedene Größen messen bzw. auch selbst beeinflussen:

beeinflussbar:

- Probenstrom
- Probentemperatur
- Magnetfeld

messbare Größen:

- Probenstrom
- Probentemperatur
- angelegtes Magnetfeld
- Hall-Spannung

Schematisch sieht der die Versuchsplatine ungefähr so aus:

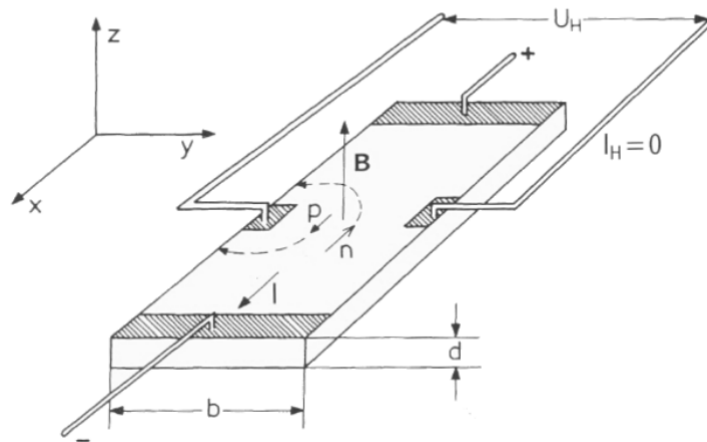


Abbildung 1:

Welche Größe gegen welche aufgetragen wird, entnehmen sie bitte dem folgenden Abschnitt "Auswertung".

### 3 Auswertung

#### 3.1 Bestimmung der Ladungsträgerkonzentration

Zur Bestimmung der Ladungsträgerkonzentration wird ein konstantes Magnetfeld der Stärke  $B = 161 \pm 0.1$  mT angelegt und die Hall-Spannung in Abhängigkeit des Probenstroms gemessen. Dabei haben wir folgende Werte aufgenommen:

$I_p/mA$	$U_H/mV$
50	19.4
40	17.5
30	12.7
20	8.2
10	4.1
0	0,0883
-10	-3.9
-20	-3.9
-30	-13.3
-40	-19.1
-50	-25.3

Tabelle 1: Als Fehler haben wir beides mal einen Betrag von 0.1 angenommen.

Daraus ergibt sich ein linearer Verlauf, der in Abbildung 2 dargestellt ist:

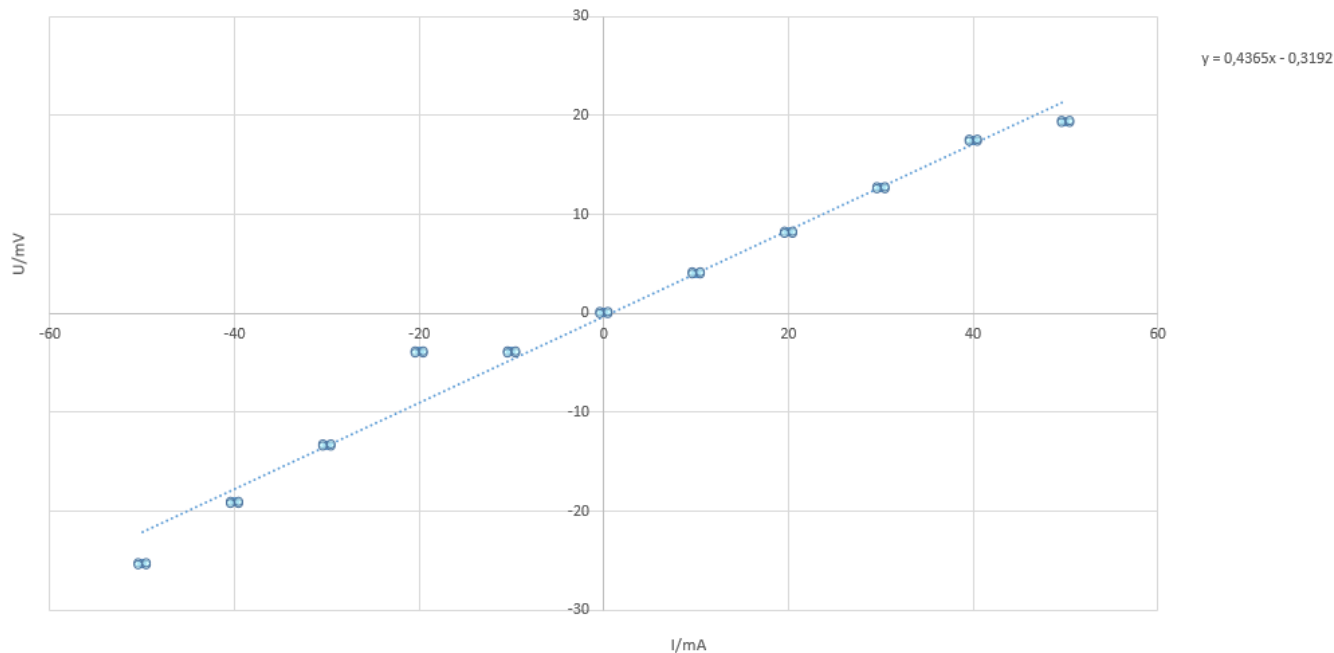


Abbildung 2: Hall-Spannung  $U_H$  gegen den Probenstrom  $I_p$

Wir können in der Graphik den Proportionalitätsfaktor  $\alpha$  ablesen. Unsere Formel lautet dann:

$$U_H = (0,4365 \pm 0,02\Omega) \cdot I_p$$

Nun können wir mit folgender Formel die Hall-Konstante bestimmen:

$$R_H = \alpha \cdot \frac{d}{B}$$

Als Dicke nehmen wir dabei  $d = 1 \pm 0,1$  mm an. Dann ergibt sich für die Hall-Konstante:

$$\begin{aligned} R_H &= (0,4365 \pm 0,02\Omega) \cdot \frac{(1 \pm 0,1) \text{ mm}}{(0,161 \pm 0,001) \text{ T}} \\ &= (2,71 \pm 0,41) \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{C}} \end{aligned}$$

Die Ladungsträgerkonzentration ergibt sich dann nach dieser Formel:

$$\begin{aligned} n &= -\frac{1}{R_H \cdot e} \\ &= -\frac{1}{(2,71 \pm 0,41) \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{C}} \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}} \\ &= (2,3 \pm 0,34) \cdot 10^{20} \frac{1}{\text{m}^3} \end{aligned}$$

### 3.1.1 Zusätzliche Bestimmung von Leitfähigkeit und Beweglichkeit

Dieser Abschnitt wurde später eingefügt und bezieht sich deshalb auch auf Zahlenwerte der nachfolgenden Abschnitte.

Die Berechnung der Leitfähigkeit können wir aus Abschnitt 3.4 übernehmen, da sich hier nichts geändert hat:

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= \frac{l}{R_0 \cdot A} \\ &= \frac{(0,02 \pm 0,001) \text{ m}}{(57,6 \pm 0,1) \Omega \cdot (10^{-5} \pm 2 \cdot 10^{-7}) \text{ m}^2} \\ &= 34,72 \pm 2,49 \frac{1}{\Omega \cdot \text{m}} \end{aligned}$$

Die Beweglichkeit berechnen wir aus der Leitfähigkeit und der Hall-Konstanten:

$$\begin{aligned} \mu_H &= R_H \sigma_0 \\ &= (2,71 \pm 0,41) \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{C}} \cdot 34,72 \pm 2,49 \frac{1}{\Omega \cdot \text{m}} \\ &= 0,1 \pm 0,02 \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}} \end{aligned}$$

## 3.2 Der Magnetowiderstand

Zur Bestimmung des Magnetowiderstandes wurde bei konstantem Probenstrom von  $I_P = 0,03 \pm 0,001$  A die Probenspannung  $U_P$  in Abhängigkeit der Magnetfeldstärke  $B$  aufgetragen. Dadurch erhalten wir einen Einblick inwieweit das Magnetfeld die Leitfähigkeit der Probe beeinflusst.

Die relative Widerstandsänderung ergibt sich nach folgender Formel:

$$\Delta r = \frac{R_P - R_0}{R_0}$$

Dabei ist unser  $R_0 = 57,6 \pm 0,1\Omega$  und wir berechnen  $R_P = \frac{U_P}{I_P}$ . Damit erhalten wir diese Werte:

Daraus erhält man dann den auf Abbildung 3 graphisch dargestellten Zusammenhang:

Wir erkennen, dass das Magnetfeld die Leitfähigkeit zwar beeinflusst, aber der Effekt ist nicht sehr stark. Der Magnetowiderstand entsteht, indem das Magnetfeld die Elektronen mit zunehmender Magnetfeldstärke auf kleine Kreisbahnen schiebt und so die Streuwahrscheinlichkeit erhöht.

$U_P/V$	$R_P/\Omega$	$B/mT$	$\Delta r/\%$
1,77	$59,29 \pm 2,31$	300	2,8
1,76	$58,97 \pm 2,29$	250	2,2
1,76	$58,69 \pm 2,29$	200	1,7
1,75	$58,44 \pm 2,28$	150	1,3
1,74	$58,26 \pm 2,27$	100	1
1,74	$58,14 \pm 2,27$	50	0,8
1,74	$58,03 \pm 2,26$	0	0,6
1,74	$58,08 \pm 2,69$	-50	0,7
1,74	$58,19 \pm 2,27$	-100	0,9
1,75	$58,36 \pm 2,27$	-150	1,2
1,75	$58,6 \pm 2,28$	-200	1,6
1,76	$58,85 \pm 2,29$	-250	2
1,77	$59,1 \pm 2,3$	-300	2,4

Tabelle 2: Der Fehler bei  $U_P$  ist 0.01. Als Fehler für  $\Delta r$  haben wir 0,002 angenommen.

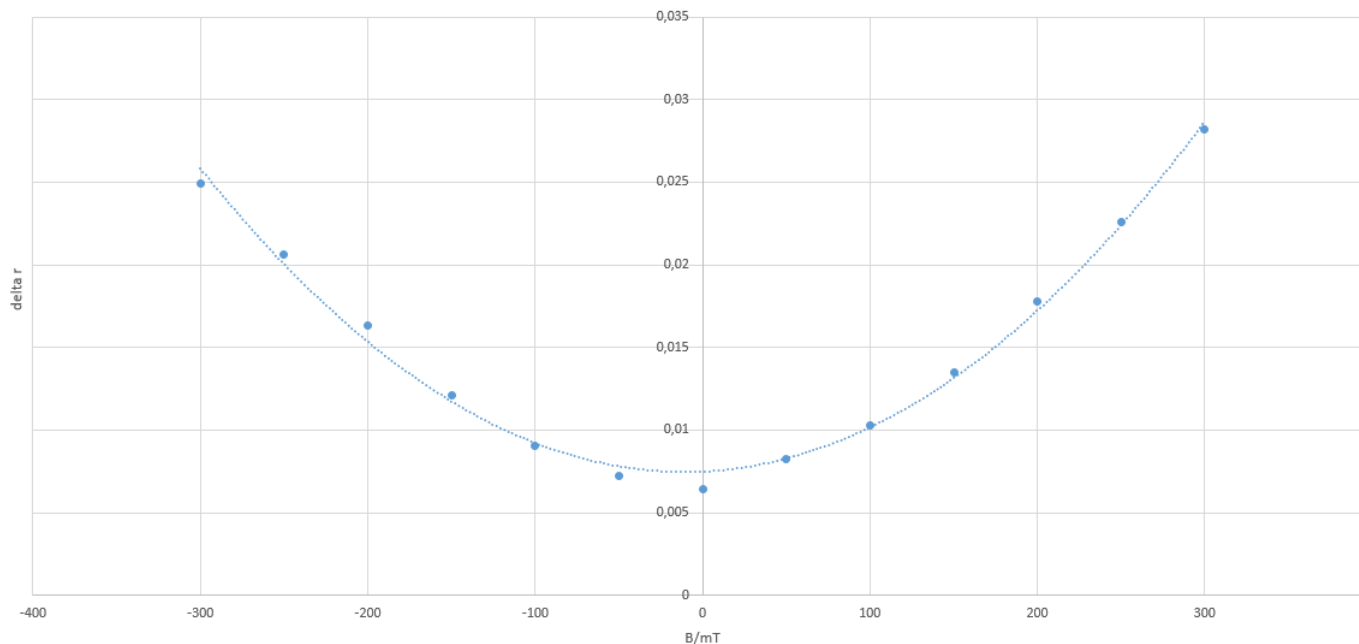


Abbildung 3: relativer Widerstand  $\Delta r$  gegen die die Magnetfeldstärke  $B$

### 3.3 Die Bandlücke

Mit der nächsten Messung wollen wir die Bandlücke der p-Germanium Probe bestimmen. Dazu messen wir die Probenspannung  $U_P$  in Abhängigkeit der Temperatur bei konstantem Probenstrom  $I_P$  und ohne Magnetfeld.

Durch die eingebaute Heizspule wird die Platine bis auf  $\approx 130^\circ\text{C}$  erwärmt und dabei kontinuierlich die Probenspannung gemessen.

Nun tragen wir den Logarithmus von  $\frac{1}{U_P}$  gegen  $\frac{1}{T}$ . Aus der Steigung der Gerade, die durch die ersten vier Werte führt, erhalten wir über

$$b = -\frac{E_g}{2k}$$

die Gap-Energie.

Wir haben diese Werte gemessen:

$U_P/V$	$U_{Term}/mV$	$T/K$	$1/T$ in $1/(K \cdot 10^{-3})$	$\ln\left(\frac{1}{U_P}\right)$ in $\ln\left(\frac{1}{V}\right)$
1,74	0,22	298,5	3,35	-0,557
1,88	0,7	310,5	3,22	-0,631
1,96	1,03	318,75	3,137	-0,672
2,012	1,2	323	3,095	-0,699
2,058	1,48	330	3,03	-0,721
2,072	1,77	337,25	2,965	-0,728
2,045	2,03	343,75	2,909	-0,715
1,85	2,58	357,5	2,797	-0,615
1,168	3,5	380,5	2,628	-0,155
0,88	3,7	385,5	2,594	0,127
0,69	4,4	403	2,481	0,371

Tabelle 3: Hier haben wir keine Fehler angegeben, da diese nicht helfen würden. Wir haben stattdessen einen Fehler auf die Steigung angenommen.

Wenn wir das plotten, dann erhalten wir den Graphen in Abbildung 4 mit der angegebenen Ausgleichsgraden durch die ersten vier Punkte:

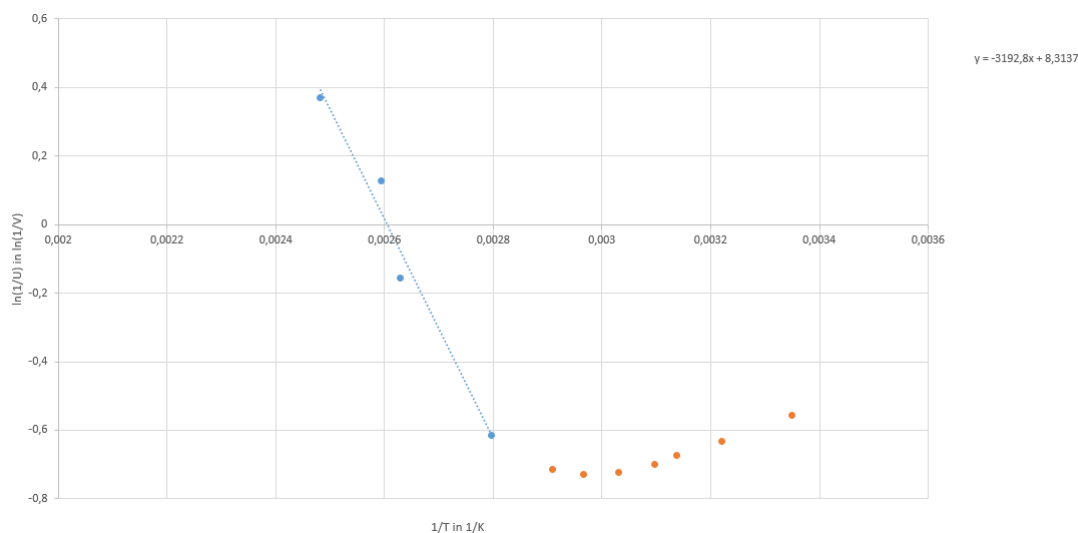


Abbildung 4:  $\ln\left(\frac{1}{U_P}\right)$  gegen  $\frac{1}{T}$

Der Verlauf der Kurve lässt sich so erklären:

Durch die Temperaturerhöhung steigt der Widerstand, also erhöht sich die Probenspannung (die Kurve mit dem  $\ln(1/U_P)$  fällt also). Ab einer bestimmten Temperatur schwingen die Atome allerdings zu stark und die Elektronen werden öfter gestreut, wodurch die Driftgeschwindigkeit sinkt. Die Probenspannung sinkt also wieder, was sich in den steigenden Werten von  $\ln(1/U_P)$  niederschlägt.

Die Ausgleichsgrade liefert uns eine Steigung von  $b = -3192,8 \pm 10$ . Daraus ergibt eine Bandlücke von:

$$\begin{aligned}
 E_g &= -b \cdot 2k \\
 &= -(-3192 \pm 10) \cdot 2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \\
 &= 0,55 \text{ eV} \quad \text{Der Fehler ist hier so klein, dass er vernachlässigt werden kann.}
 \end{aligned}$$

Die ermittelte Bandlücke passt recht gut zum Literaturwert von  $E_g = 0,55 \pm 0,03 \text{ eV}$ .

### 3.4 Hall-Konstante, Elektronenkonzentration und Beweglichkeit

Die Hall-Konstante und die Elektronenkonzentration soll nun auf eine zweite Art bestimmt werden, um daraus die elektrische Leitfähigkeit zu bestimmen.

Wir messen dazu bei konstantem Probenstrom die Hall-Spannung in Abhängigkeit des Magnetfeldes. Die Hall-Konstante kann dann über diese Gleichung bestimmt werden:

$$R_H = \underbrace{\frac{U_H}{B}}_{\text{Steigung des Graphen}} \cdot \frac{d}{I_P}$$

Wir haben dazu diese Werte aufgenommen:

B / mT	U <sub>H</sub> /mV
300	-13,2
275	-7,8
250	3,73
225	0,93
200	5,4
175	11
150	16,5
125	22
100	27
75	32
50	37,7
25	43
0	47,8
-50	62
-100	74
-150	84
-200	94
-250	105
-300	113

Tabelle 4: Auch hier haben wir wieder einen Fehler auf die Steigung angenommen.

Daraus ergibt sich dann der Graph auf Abbildung 5:

Wir können in dem Diagramm eine Steigung von  $b = -0.2142 \pm 0.002 \frac{\text{V}}{\text{T}}$  ablesen. Die negative Steigung gibt uns darüber Auskunft, dass wir es in unserer Platine mit positiven Ladungsträgern, also Löchern, zu tun haben. Die Hall-Konstante ergibt sich dann so:

$$R_H = b \cdot \frac{d}{I_P}$$

Dabei ist  $d = 1 \pm 0,1 \text{ mm}$  und  $I_P = 0,03 \pm 0,001 \text{ A}$ .

$$\Rightarrow R_H = (7,14 \pm 1,018) \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{C}}$$

Wie schon zuvor in Abschnitt 3.1 lässt sich nun die Ladungsträgerkonzentration bestimmen:

$$\begin{aligned} n &= \frac{1}{eR_H} \\ &= \frac{1}{1,602 \cdot 10^{-19} \cdot (7,14 \pm 1,018) \cdot 10^{-3}} \\ &= (8,742 \pm 1,246) \cdot 10^{20} \frac{1}{\text{m}^3} \end{aligned}$$



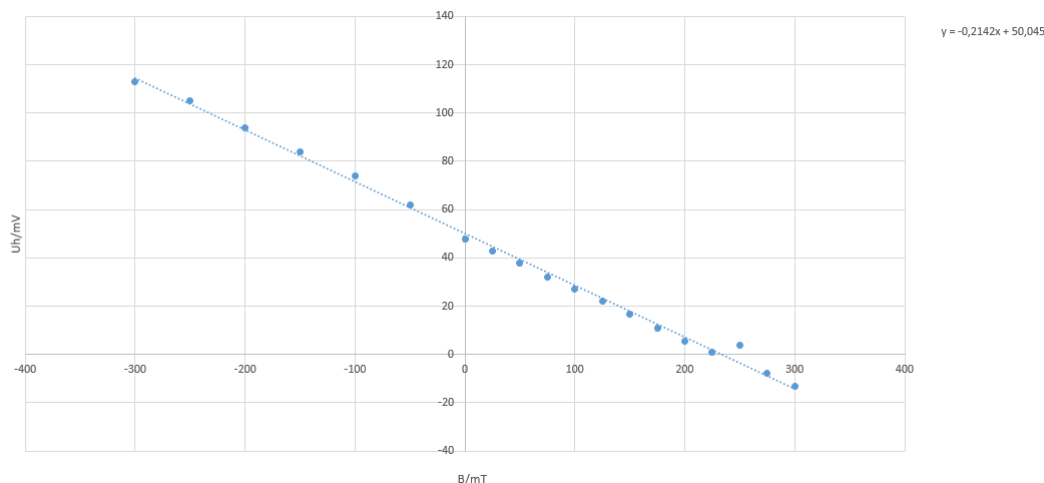


Abbildung 5: Hall-Spannung  $U_H$  gegen Magnetfeldstärke  $B$

Wir stellen hier einen Offset fest. Dieser kommt dadurch zustande, dass die beiden Kontakte an denen die Hall-Spannung abgegriffen wird sich nicht genau gegenüberliegen. Dadurch entsteht ein kleiner Widerstand über dem eine konstante Spannung abfällt. Deshalb können wir annehmen, dass dies keinen Einfluss auf die Steigung der Geraden hat und überall der gleiche Offset ist.

Wenn wir diese Werte mit den in Abschnitt 3.1 ermittelten vergleichen stellen wir fest, dass hier Unterschiede um den Faktor 2 bzw. 4 vorliegen. Wir erklären uns diese Diskrepanz durch die unterschiedlich starken Magnetfelder. Das Magnetfeld in Abschnitt 3.1 hatte eine Stärke von 161 mT, wohingegen wir nach Rücksprache mit Herrn Grates später einen höheren Strom an die Spulen angelegt haben, um eine Magnetfeldstärke von 300 mT zu erreichen. Unserer Meinung nach sind die in diesem Abschnitt ermittelten Werte aussagekräftiger, da über einen größeren Bereich gemessen werden konnte.

Im Folgenden berechnen wir nun noch die Beweglichkeit der Ladungsträger. Dazu müssen wir zunächst die Leitfähigkeit  $\sigma_0$  berechnen:

$$\begin{aligned}\sigma_0 &= \frac{l}{R_0 \cdot A} \\ &= \frac{(0,02 \pm 0,001) \text{ m}}{(57,6 \pm 0,1) \Omega \cdot (10^{-5} \pm 2 \cdot 10^{-7}) \text{ m}^2} \\ &= 34,72 \pm 2,49 \frac{1}{\Omega \cdot \text{m}}\end{aligned}$$

Die Beweglichkeit ergibt sich nun aus der Hall-Konstanten und der Leitfähigkeit:

$$\begin{aligned}\mu_H &= R_H \sigma_0 \\ &= (7,14 \pm 1,018) \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{C}} \cdot 34,72 \pm 2,49 \frac{1}{\Omega \cdot \text{m}} \\ &= 0,247 \pm 0,053 \frac{\text{m}^2}{\text{Vs}}\end{aligned}$$

Diese beiden Werte passen gut zu den in Abschnitt 3.1 ermittelten Werten.

### 3.5 Hall-Spannung in Abhängigkeit der Temperatur

Abschließend betrachten wir wie sich die Hall-Spannung verhält, wenn man die Platine auf knapp 160 °C erhitzt.

Wir haben diesen Versuch an der Cobra 3 Aperatur gemacht, da unsere Platine bei diesem Experiment kaputt gegangen ist!

Wenn wir die Hall-Spannung gegen die Temperatur auftragen, erhalten wir den Graph auf Abbildung 6.

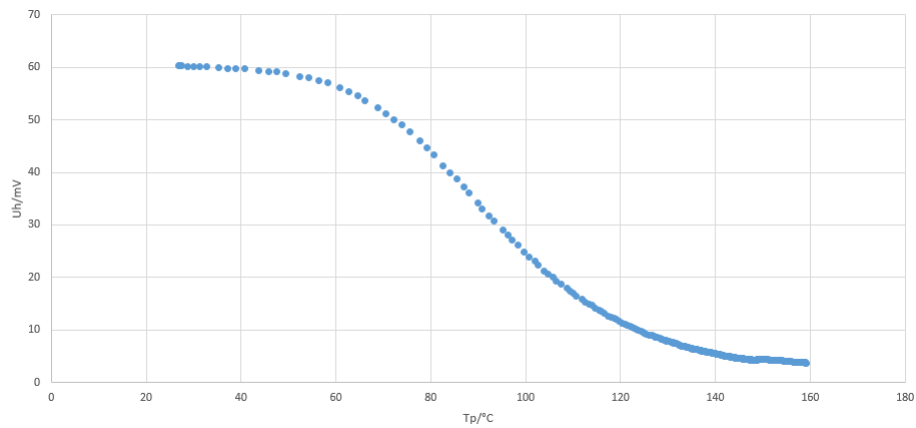


Abbildung 6: Hall-Spannung  $U_H$  gegen die Temperatur der Probe  $T_P$

Wir erkennen anhand des Kurvenverlaufs, dass die Hall-Spannung mit zunehmender Temperatur sinkt. Als Erklärung dafür ziehen wir die, mit zunehmender Temperatur steigenden Gitterschwingungen, heran. Daraus resultiert ein größerer Streuquerschnitt der Atome und die Elektronen werden häufiger abgelenkt. Damit sinkt die Driftgeschwindigkeit. Als Resultat sinkt die Hall-Spannung.

## **4 Fehlerberechnung**

Wir haben in Diagrammen generell keinen Fehler eingezeichnet, da sie zu klein waren um sie zu sehen bzw sinnvollen Informationen daraus zu gewinnen.

Dort wo es möglich war haben wir die Fehler mittels der linearen Fehlerfortpflanzung berechnet.

## **5 Abschlussbetrachtung**

Die gemessenen Werte stimmen recht gut mit den Literaturwerten überein, wenn man die Ergebnisse aus 3.1 nicht so stark gewichtet. Die Fehler lassen sich auf Messungenauigkeiten der Geräte sowie Messfehler unsererseits zurückführen.